仓库拣货的路径优化问题

摘要

随着网上购物的不断发展，各大电商开始建造自己的货物仓库，订单出库分为定位、组单、拣货、复核和打包五个流程，为了使得所有订单能够尽快出库，我们需要建立数学模型，对拣货员的拣货路径进行优化。

**针对货格与复核台不同元素的距离计算方法设计，**仓库内的元素之间分为货格之间、货格与复核台以及复核台之间总共三种，而元素之间的排列位置关系也有同排同列、同排不同列、不同排同列、不同排不同列共四种。我们对不同元素关系和不同位置关系进行分类分析，当两个元素处于同排的关系，由于需要进行障碍物的绕行，所以不能直接使用曼哈顿距离进行计算，需要计算货架的边缘点，进行计算。其余不需要绕行的情况，可以使用曼哈顿距离进行计算，最终可以得到一个3014\*3014的距离矩阵。

**针对一个任务单的最短拣货路径优化，**问题二中的拣货员从复核台FH10出发，计算最优的拣货路线，由于任务单上的商品件数与复核打包时间确定，所以出库时间只由拣货员的路程时间确定。货格到各个复核台有固定距离，对于货格有最优的复核台选择，我们把拣货员的终点从复核台转移至货格进行计算，把任务单上的所有货格都作为最后一个站点元素进行计算，固定了路线起点和终点，之后运用遗传算法进行计算，对所有以货格为路线终点的路程距离加上货格到达最佳复核台的距离进行排序，选择路程距离最短的路线，作为拣货员的最佳路线，所需出库时间为451.13s。

**针对多任务单的最短拣货路径优化，**任务单的数量增加，但是复核台的数量减少为两个。并且因为任务单所需时间远大于复核打包时间，所有不需要考虑等待时间。当起点和终点固定时可以使用问题二的模型计算最短路径，并且由于一个任务单的拣货路线因起点和终点不同的情况只有3个。我们可以对5个任务单进行遍历，得到其中拣货总路线中路程距离最小的一条路线，可以得到最短拣货时间，加上最后一次的复核打包时间，出库总时间最小为2255s。因为只有一个拣货员，所以任务的先后顺序对于总出库时间没有影响，为了使顾客的订单能够尽快地出库，我们对任务单平均所需的最短拣货时间进行排序，按照从小到大的顺序进行排序，使得顾客等待时间减少。

**针对多任务单多拣货员的拣货路径优化，**相比于第三问，复核台的数量增加为4个，拣货员的人数也增加为9个。拣货员多于复核台，等待复核台的情况有较大可能发生。为了简化模型的计算同时贴近实际，我们规定拣货员只有在拣货任务完成时，才会判断复核台的情况，之前按照所有起点终点情况下最佳路线前进。同时把49个任务单按照平均所需最短的拣货时间进行从小到大的排序，拣货员依次领取任务单完成。每个人的工作时间由拣货时间和等待时间组成，取九个工人中工作时间最长的总工作时间作为完成所有拣货任务单的时间点，加上复核打包时间，最后的出库总时间为2718.733s

**针对增添复核台对出库总时间的影响评估，**为了简化计算，我们选择距离原有复核台较近的两个复核台FH02和FH11与较远的一个复核台FH08进行分析。可以计算得到新添复核台的位置对于出库总时间的影响，新添一个较远的复核台对降低出库总时间的帮助比新添一个较近的复核台大，新添较远复核台的利用率相比于较近复核台利用率也要高。

**针对仓库商品摆放提出建议，**为了减少拣货员的行走距离，同时也要避免拣货员在拥挤在同一个货架前，需要改变仓库商品的摆放方式。我们通过商品在任务单中出现的频率，计算出商品的畅销程度，再通过货架中部的货格到各个复核台的平均距离，进行排序，最畅销商品放在最离复核台最近的货架，并按顺序依次放置商品

关键词： 曼哈顿距离 遗传算法 工作时间 路径优化

一、问题重述

1.1 问题背景

随着技术的发展，机器人替代了很多原本需要人力操作的事情，大大节约了人力成本。由于机器人得迅速发展，路径规划问题也变成如今的热门问题。路径规划是一个机器人需要知道起点与终点位置，并且在一定的约束下，合理地规避空间中出现的障碍遮挡物，顺利到达终点的任务。

对机器人存在的空间进行栅格化，机器人每次只能够行进到相邻的栅格，允许对角线间的行走。在栅格空间中置放了很多障碍物，机器人需要规避开障碍物行进到规定的终点。

1.2 问题提出

问题一：给出栅格空间中明确的出发点(S)和终点(D),并在栅格中放置黑色的障碍物，这些障碍物的具体位置机器人在出发之前已经知晓，即机器人在出发前知道栅格地图的全貌信息。**问题一**中分两种情况，第一种情况是障碍物是规则的，即障碍物占栅格空间中完整的栅格数目，机器人需要经过合理的路径规划，避开障碍物以最优的行进路线从出发点到终点；第二种情况是障碍物是不规则的，即障碍物随机分布在栅格地图中，可能呈椭圆，也可能呈三角形，当每个栅格中障碍物的区域面积大于50%，则机器人无法行进至改栅格，反之，机器人可以行进至该栅格。机器人需要通过合理的算法，实现从起点到终点的最优行进路线。

问题二：跟**问题一**类似，同样给出了栅格空间内的出发点(S)和终点(D)，还有黑色的障碍物，但这些障碍物的具体位置机器人在出发前并不知晓，即机器人在出发前不知晓栅格地图的全貌，和问题一的区别在于机器人知道的信息是有限的，它并不了解障碍遮挡物背后的情况。**问题二**也分两种情况，其一是规则的障碍物，机器人需要通过合理地规划，建立数学模型，找到机器人最优的行进路线；其二是不规则的障碍物，当障碍物占单一栅格面积的区域不到50%，则机器人可以行进到该栅格，反之不行。题目要求我们需要建立合适的数学模型，找到这种情况下最好的行进路线。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题一需要设计一个计算机器人最优行进路线的算法。在问题一的背景，机器人在出发前已知晓栅格地图的全貌条件下，我们先考虑问题一中第一种规则障碍物的情况。我们用机器人在随机生成的规则障碍物栅格地图下，从起点到终点所需的步数来衡量算法的好坏，即机器人从起始点到终点所需的步数越少，算法越好。因此我们建立了最优行进路线模型。考虑到机器人在相邻间栅格移动和对角间栅格移动所需要的步数相同，因此我们认为它每移动一个栅格所需要的时间相同。我们算法记录了每个栅格的最短时间，即机器人从起点出发到每一个栅格所需要的最短时间，以此结果从终点倒推就可以得到最优的行进路线。问题一的第二种不规则障碍物的情况，我们考虑到机器人在出发前知晓栅格地图，因此将所有栅格中的不规则障碍物占据每个栅格的面积在MATLAB中与它们所占的栅格总面积进行像素之间对比，从而得到每个栅格中不规则障碍物所占的面积比例，利用问题一的要求，当障碍物面积所占比例不超过50%，则机器人可行进到该栅格的原则，对这些计算好比例的栅格进行归一化处理，将不规则障碍物的栅格图转化为规则障碍物的栅格图，并将这幅图的信息告知移动机器人，移动机器人便可以直接运用第一种情况的最优行进路线模型算法对每个栅格的最短时间进行计算，同样通过倒推的方法，找出从起点到终点的最优行进路线。

2.2 问题二的分析

问题二实际上属于一个单目标规划问题，任务单上的每个货格都需要经过一次，由于任务单上的货格商品数固定，所以下货时间和复核打包时间的固定的。决策变量只有各个货格的先后顺序，约束条件是在拣货员的路径中所有货格只经过一次。通过遗传算法，可以计算出总路程最短的路线。

三、模型假设

1.假设移动机器人行进一格所需要的时间是一样。

2.假设移动机器人行走在大小为的栅格地图中。

3.假设拣货员完成任务单到达复核台时，从该复核台领取下一个任务单。

4.假设复核台是对任务订单进行复核与打包，拣货员只有当拣货车与任务单被复核台接受时，才能领取下一个任务单。

四、符号说明

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 符号意义 |
|  | 表示两个元素之间的距离 |
|  | 表示拣货点与货格之间的距离 |
|  | 表示一个任务单的拣货路程距离总和 |
|  | 表示是否从第个元素移动至第个元素 |
|  | 表示第个元素与第个元素之间的距离 |
|  | 表示复核台的利用率 |
|  | 表示第个元素到最近的复核台的距离 |
|  | 表示出库所需的时间 |
|  | 表示拣货路程所需的时间 |
|  | 表示下货所需的时间 |
|  | 表示复核打包所需的时间 |
|  | 表示复核台的空闲时间 |
|  | 表示多个任务单的拣货总路程 |
|  | 表示拣货路线与下货所需的总和时间 |
|  | 表示商品的畅销程度 |
|  | 表示经过拣货员判断之后的修订距离 |
|  | 表示拣货员的总工作时间 |

注：未列出符号及重复的符号以出现处为准

五、模型的建立与求解

5.1问题一的模型建立与求解

5.1.1 规则障碍物情况的模型建立

问题一要求我们给出一般情况下移动机器人的行进路线模型与相应的求解算法。一般情况是指建立的行进路线模型可以适用于栅格内规则障碍物任意摆放的情况，即建立的模型不是仅仅满足于个别几种情况下的规则障碍物模型，而是能适应所有情况的泛化模型。因此模型的建立不能基于任何的特殊值，不能依赖任何的特殊参照物。同时，对应的模型求解算法也不能建立在某些特殊情况下，应该要确保在随机算法任意生成规则障碍物下，都能给出行进路线最优化的解。

5.1.1.1 最优行进路线模型的工作原理

问题中并没有说明移动机器人所在的栅格地图的大小尺寸，因此我们假设栅格地图的尺寸参数为，具体栅格地图大小可以根据实际的应用在算法中对参数进行调整。在问题一背景下，机器人事先知晓栅格地图的所有信息，因此移动机器人在行动之前已经获取到了通过模型计算所得到的最优路径。

图1 未添加障碍物的栅格地图 图2 随机添加障碍物的栅格地图

移动机器人在栅格地图中移动，对应的会产生当前所在的栅格相对于起点(S)和终点(D)的代价,移动机器人当前所处的位置相对于起点的现实代价就是其到达目前位置所走过的步数，相对于终点的代价存在两种情况。第一种是理想代价，即栅格地图中不存在任何障碍物时，移动机器人从目前所处的位置出发到达终点位置所需要的步数；第二种情况是实际代价，即栅格地图存在障碍物的情况下，移动机器人到达终点需要的步数。最优行进路线模型的根本工作原理就是利用广度优先搜索算法找出从起点到达终点的最小现实代价。因为移动机器人本身允许在对角间移动，因此以终点(D)为其中一个顶点所辐射出去的矩形，其不毗邻栅格地图边界线上的点的理想代价相同。

5.1.1.2 最优行进路线的优化模型

1)目标函数的确定

对于移动机器人最优行进线路而言，最优的路径一定是所需步数最少的路径模型，即现实代价最小。在移动步数与时间关系的假设下，我们可以知道最优路径是移动机器人在规则障碍物的干扰下，从起点到终点所需要的最短时间。因此我们建立目标函数：

*T*表示移动机器人沿任意路径从起点到终点所需要的时间

2)方案设定

图3 辐射模型栅格地图

*Step1*.首先为了考虑移动机器人行进路径，将整个栅格地图看作一个直角坐标系，其中起点坐标为，终点坐标为。我们设为栅格相对于起点的现实代价

图3 直角坐标系栅格地图 图4 栅格现实代价演示图

*Step2.*移动机器人在规划最优行进线路是根据代价来进行选择的，因此在规划线路时，可以通过上一个栅格的现实代价来获取这一栅格周围的栅格的现实代价

其中是现实代价为栅格的周围栅格的现实代价。

*Step3.*在计算每个栅格的现实代价时会有多个值的出现，因为每一个栅格周围存在多个栅格，由不同的栅格推导到同一个栅格的值是不一样的，因此我们在对取值时需要对其做处理。由于题目要求我们找出最优的行进路径，因此我们假设。

其中是栅格所接受到的所有现实代价的最小值。

*Step4.*从起点出发对地图中的所有栅格进行最小现实代价的计算，并通过终点的现实代价找到代价呈逐一递减的路径。这就是所要求得的最优行进路径，也就是从起 点到终点，移动机器人所需要的。

5.1.1.3 最优行进路线模型的算法求解

*Step1*.如表3所示。

表3 复核台之间的距离计算部分结果

5.1.2 规则障碍物模型的结果

5.1.3 不规则障碍物情况的模型建立

5.1.3.1 不规则障碍物情况下最优路线模型的工作原理

5.1.3.2 行进路线的优化模型

5.1.1.3 算法求解

5.1.2 不规则障碍物模型的结果

5.2问题二的模型建立与求解

5.2.1 问题二的分析

问题二需要计算出，拣货员对于任务单T0001的最佳拣货路线。拣货员的正常拣货流程如图9所示，对于一个任务单来说，下货时间与到达复核台复核打包的时间是固定的，所以本题问题的关键在于货格的先后访问顺序，最终会影响到出库花费的时间，需要构建关于拣货路程的目标规划，进行求解。



图9 拣货员的拣货流程

5.2.2 拣货员的路程分析

拣货员的路线实际是一个目标规划，需要拣货员进行拣货的总路程最短，规划目标函数如公式（4）所示。我们规定第一个元素为复核台FH10,剩余的元素为货格。

其中含义如公式（5）所示，表示拣货员的经过所有货格的拣货路程总距离，表示的距离，第一个元素为复核站FH10，并且由于所有的复核台都在正常工作，所以拣货员的路径终点并不确定。而实际每一个货格都有一个与其距离最近的复核台，我们认为任务单中第个元素为拣货员的路径中最后一个元素，而其与复核台的距离为，如公式（4）所示，把拣货员的路径终点从复核台转移到了货格。

为了确保每个货格在拣货员的路径中只会出现一次，我们对目标规划添加约束条件。如公式（6）和公式（7）所示，说明了拣货员对于任务单中的各个货格的进出情况，对于每个货格拣货员都只经过了一次，避免了重复的路线。

同时我们对拣货员路径的起点和终点也添加约束条件，如公式（8）和公式（9）所示。公式（8）表示拣货员从第一个元素，即复核台FH10出发，并且由于我们将货格转为最终的拣货路线的终点，所以拣货路线不会回到该复核台。可以用于约束起点的出发情况。

公式（9）表示拣货路线终点的约束条件，其中第个元素为拣货路线中的最后一个货格，拣货员进入到最后一个元素后，我们认为拣货员的拣货流程结束。

最后，我们可以得到最终的目标规划方程，如公式（10）所示。

5.2.3 最短路程的求解

以哪一个元素作为拣货路线中最后站点的总路程最短在求解过程的开始是无法判断的，所以我们分别以二十三个货格作为拣货路线的最后站点，这种方法的优点在于可以将路线的起点与终点固定，方便计算。



图10 遗传算法流程图

为了计算固定起点和终点并且经过所有货格的最小拣货路径，我们采用遗传算法，遗传算法的流程如图10所示。以拣货路程的长度来作为评估个体的适应度，如图11所示，进行不断迭代，最终结果如表4所示，最短路线长度为372.2米。

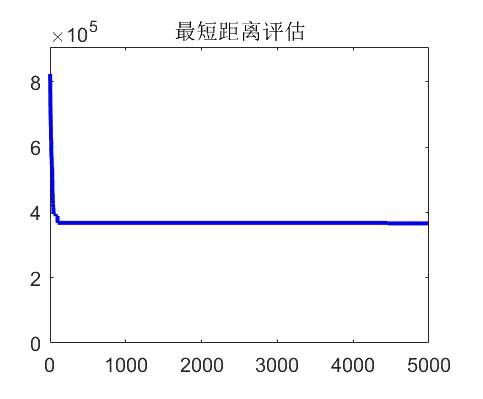


图11 遗传算法的适应度评估

表4 拣货员的最短拣货路线顺序

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 序号 | 元素名称 | 序号 | 元素名称 | 序号 | 元素名称 |
| 1 | FH10 | 10 | S11106 | 19 | S13809 |
| 2 | S00107 | 11 | S11205 | 20 | S13004 |
| 3 | S01713 | 12 | S12608 | 21 | S12103 |
| 4 | S01308 | 13 | S13509 | 22 | S10508 |
| 5 | S07515 | 14 | S15911 | 23 | S10501 |
| 6 | S08502 | 15 | S14401 | 24 | S07305 |
| 7 | S06213 | 16 | S14908 | 25 | FH07 |
| 8 | S07212 | 17 | S13812 |  |  |
| 9 | S10115 | 18 | S14510 |  |  |

5.2.4 出库时间的求解

计算出任务单T0001最短的拣货路程之后，可以计算出拣货员完成出库所花费的时间，出库时间的组成如图12，分别由拣货员的路程时间T1、下货时间T2以及复核打包时间T3组成。



图12 出库时间组成

路程时间T1可以通过公式（11）计算得到，是计算得到的最小路程，是拣货员的行走速度为1.5m/s。

下货时间T2由任务单中的任务数量计算而来可通过公式（12），其中表示拣货员对第个货格商品的下货速度,计算方法如公式（13）所示，表示第个货格的商品件数。

复核与打包时间T3是固定时间30s，最后我们可以通过公式（14）计算出拣货员最短的出库总时间为451.13s。

5.3 问题三的模型建立与求解

5.3.1 问题三的分析

问题三与问题二计算拣货员的最短拣货路程不同之处在于，只有两个复核台开始正常工作如图13所示，并且拣货员需要完成5个任务单，其中每个任务单的最终站点是下一个任务单的起始站点。问题三中提到这些任务需要尽快出库，我们认为这表示5个任务单的总出库时间最短。我们需要进行拣货总路线的规划，使得拣货总距离最短，之后计算该拣货路线下的复核台利用率。



图13 任务单路线起点终点的四种可能

5.3.2 拣货员最短拣货时间的计算

（1）总路线分析

由于只有2个复核台在正常工作，如图13所示，即在固定了拣货路线的起点和终点之后，通过问题二的模型，我们可以计算出唯一的一条最短路径。由于以复核台FH03为起点和以复核台FH11为终点与以复核台FH11为起点和以复核台FH03为终点的最短路径相同。所以对于一个任务单而言，有三种情况的最短路径。我们可以计算出最短的总路程如公式（15）所示。其中的下标分别表示任务单编号为，并且从第个复核台出发，以第个复核台以终点的最短拣货路程，表示总拣货路线的最短路程。

同时为了确保两个任务单的前后是一个复核台，我们对公式（15）添加条件约束，如公式（16）所示,第个任务单拣货员的最短拣货路程的终点是第个任务单拣货员的最短拣货路程的起点。

（2）最短时间求解

我们可以计算出在不同任务单中不同起点和终点的拣货员路程，加上下货时间，可以计算出总共5个任务单15种拣货路线所需最短的时间如公式（17）所示，其中表示拣货总时间，所以拣货情况所需对的时间的结果如表5所示。

表5 各种情况下的拣货所需最短时间

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 拣货路线情况 | 拣货所需最短时间 | 拣货路线情况 | 拣货所需最短时间 |
| T0002\_FH03\_FH03 | 493.9333333s | T0005\_FH03\_FH03 | 406.9333333s |
| T0002\_FH03\_FH11 | 480.9333333s | T0005\_FH03\_FH11 | 408.9333333s |
| T0002\_FH11\_FH11 | 476.8s | T0005\_FH11\_FH11 | 418.8666667s |
| T0003\_FH03\_FH03 | 425.6666667s | T0006\_FH03\_FH03 | 466.5333333s |
| T0003\_FH03\_FH11 | 421.4s | T0006\_FH03\_FH11 | 477.6s |
| T0003\_FH11\_FH11 | 449.8666667s | T0006\_FH11\_FH11 | 463.2s |
| T0004\_FH03\_FH03 | 455.4s |  |  |
| T0004\_FH03\_FH11 | 454.6666667s |  |  |
| T0004\_FH11\_FH11 | 468.2666667s |  |  |

拣货员需要完成5个任务单的拣货任务，分析发现5个任务单的最短时间跨度从小到大排序依次为T0005、T0003、T0004、T0006、T0002，对于这个5个任务单的出库总时间而言，5个任务单的先后顺序是不会造成影响的，如图14所示，但是为了使得任务尽快出库，拣货员从拣货所需时间最短的任务单开始领取，再从小到大的顺序依次领取任务单会使得总出库时间最短。



图14 任务单先后次序对总时间的影响

当任务单的先后领取顺序确定后，拣货员的总拣货路线共会出现种情况，我们对其进行遍历，可以得到最优的拣货路线情况，如表6所示，而最短路线的总拣货时间为2225s。

表6 最佳的拣货路线

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 序号 | 拣货路线 | 序号 | 拣货路线 |
| 1 | FH03 | 7 | FH11 |
| 2 | T0005 | 8 | T0006 |
| 3 | FH11 | 9 | FH11 |
| 4 | T0003 | 10 | T0002 |
| 5 | FH03 | 11 | FH11 |
| 6 | T0004 |  |  |

5.3.3 出库时间的计算

当拣货员到达复核台时，不需要等待，就可以继续领取拣货车与任务单，并且每个任务单所需要的最短拣货时间都大于30s，所以不需要考虑拣货员的等待问题，如图15所示。并且由于拣货员在拣货的过程中与复核台是并行工作的，如图15所示，所以在出货时间的计算中，我们只需要将总拣货时间加上一次复核打包时间即可，如公式（18）所示，其中表示出库总时间，表示拣货总时间，T3表示复核打包的时间。最终的出货时间为2255s。



图15 复核台与拣货时间的并行示例

5.3.4 复核台利用率的计算

当拣货员的拣货路程与任务单号的顺序固定时，我们可以利用公式（19）计算出复核台FH03与复核台FH11的利用率，结果如表7所示。剩余复核台由于没有正常工作，所有利用率均为0。

其中表示复核台的利用率，表示该复核台的空闲时间，表示总出库时间。

表7 两个复核台的利用率

|  |  |
| --- | --- |
| 复核台编号 | 复核台利用率 |
| FH03 | 1.330377% |
| FH11 | 5.321508% |

5.4 问题四的模型建立与求解

5.4.1 问题四的分析

问题四需要在多复核台和多拣货员的情况下，使得49个任务单都能够尽快出库。问题四实际上是一个目标规划，使得总出库时间达到最短。由于拣货员的人数多于复核台的数量，导致会有拣货员等待复核台的情况发生，需要考虑到这个情况的发生，但是问题四仍然是总出库时间的一个优化问题，在优化问题结束之后，各个拣货员的工作顺序可以被确定下来，再计算次数每个复核台的利用率。

5.4.2 任务单的先后顺序

为了使任务单可以尽快出库，减少客户的等待，我们可以对总共49个任务单进行拣货时间的判断，通过问题三的公式（17）计算出所有任务单的所有起始点情况的最短平均拣货时间。我们可以完成任务单时间的基本排序，如表8所示，为了使得顾客能够尽快收到货物，我们把任务单按照从小到大的顺序进行排列，拣货所需时间最短的任务单能够最快出货。

表8 部分任务单拣货所需的最短平均时间

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 任务单 | 最短平均时间 | 任务单 | 最短平均时间 |
| T0010 | 450.2467s | T0014 | 481.12s |
| T0011 | 488.42s | T0015 | 422.8267s |
| T0012 | 465.7867s | T0016 | 504.4733s |
| T0013 | 418.6667s | T0017 | 504.9933s |

5.4.3 拣货员的工作方式

拣货员在拣货流程中可能会遇到复核台正在复核打包的状况，如图16所示此时拣货员需要等待前面的复核打包完成，才能领取下一个任务单和拣货车。为了贴合实际，我们假设拣货员在进行拣货之中，无法判断复核台的情况，只有拣货员在拣货任务完成之后，才能对复核台的情况进行判断。如图16所示，为拣货员的工作流程，在拣货员完成拣货之后，会对当前的复核台状态进行判断，选择最合适的复核台来作为自己要前往的复核台。如果该复核台处于空闲状态，那么拣货员到达该复核台之后，可以直接开始下一个任务单的拣货工作，而如果该复核台处于工作状态，则需要等待复核台工作完成后，开始复核并打包该拣货员的任务单，他才能开始下一个任务单的拣货工作。



图16 拣货员的工作流程图

（1）拣货员的距离判断

当拣货员完成了任务单上所有拣货任务之后，对各个复核台开始进行距离判断，复核台的状态可以分为工作状态和空闲状态。如图18所示，绿色复核台表示处于空闲状态，如果复核台都处于空闲状态时，拣货员只需前往此时离自己最近的复核台即可。如图17所示，黄色复核台表示处于工作状态，如果复核台处于工作状态，拣货员会根据到达现在正处于工作状态的复核台所需要的等待时间，对到达各个复核台的距离进行修正，修正方法如公式（20）所示。

其中表示修正后的距离，表示拣货员到复核台的距离，表示拣货员的移动速度，表示拣货员到达处于工作状态的复核台后仍然需要等待的时间。

图17 拣货员完成拣货后的距离判断 图18 所有复核台都处于空闲状态

当计算完修正距离后，拣货员可以计算出到达各个复核台的距离，再进行判断以哪个复核台作为最终的复核台。

（2）多名拣货员共同工作

问题四中有9名拣货员一同工作，在领取任务单之前，我们已经对各个任务单进行拣货时间的排序，第一个拣货员的1号任务单必定是所有任务单中所需时间最少的。如图19所示，当拣货员完成1号任务单的拣货任务时，复核台都处于空闲状态，拣货员直接前往距离其最近的复核台即可，并且按照任务单列表领取下一个任务单。而如图20所示，当拣货员完成2号任务单的拣货任务时，拣货员已经前往了距离其最近的复核台，虽然此时复核台仍然都处于空闲状态，但是拣货员做出判断，到达拣货员即将到达的复核台时仍需要等待，所以该复核台判断为处于工作状态，需要进行距离修订，再判断哪个复核台距离拣货员最近。

图19 1号任务单的拣货任务被完成时 图20 2号任务单的拣货任务被完成时

5.4.4出库总时间的计算方式

为了计算对于完成出库所花费的总时间，我们首先对拣货员进行分析。对于拣货员来说，有总工作时间，其计算方式如公式（21）所示。

其中表示拣货员是否领取了单号为的任务单，如公式（22）所示。表示单号为的任务单的最短拣货时间,表示拣货员因为等待复核台复核打包期间所花费的时间，我们认定复核台是对每个任务单进行一次复核与打包，而非对于单个订单进行打包。

在计算出所有拣货员的总工作时间之后，可以对各个拣货员的总工作时间进行比较，如图21所示，只有当最后一名拣货员完成了最后一个任务单，此时的时间为拣货总时间，可以用公式（23）计算得到，最后使用公式（18）计算得到出库总时间为2718.733s。



图21 拣货员的总工作时间比较

5.4.5 复核台利用率的计算

在所有拣货员的拣货路径确定之后，可以用公式（19）计算出所有复核台的利用率,结果如表9所示。剩余的复核台利用率为0。

表9 4个复核台的利用率

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 复核台编号 | 复核台利用率 | 复核台编号 | 复核台利用率 |
| FH01 | 6.62073% | FH10 | 4.41382% |
| FH03 | 23.17256% | FH12 | 19.86219% |

5.5 问题五的模型建立与求解

5.5.1 问题五的分析

问题五是在问题四的基础上，评估如果增添一个正常工作的复核台对出库时间的影响。复核台总共有13个，增加哪一个的复核台是需要考虑的一个问题。复核台分布在货格区的左侧与下侧，所以增添复核台的位置也会影响出库时间，我们通过分析新添复核台的位置和总出库时间的变化，来分析新填复核台对出库时间的影响。

5.5.2 复核台的增添选择

我们对原有的复核台位置进行分析，如图21所示发现问题四中工作的四个复核台都位于仓库的左下角，且位置较为集中，为了简化计算，我们只选择分析三个复核台的增添情况。

由问题四的结果可以得到复核台FH12和复核台FH03的利用率也比较高，我们首先可以选择复核台FH11或复核台FH02，如图22所示，这两个复核台处于原有复核台之间，这样可以分析增添一个离原有复核台位置较近的复核台对出库总时间的影响。

我们还可以选择增添距离原有复核台位置较远的复核台，如图22所示，复核台FH08属于所有复核台最右侧，也距离原有的复核台位置最远,可以分析较远的复核台对出库总时间的影响。

图21 原有的4个复核台位置 图22 增添复核台的位置

5.5.3 增添复核台后的情况分析

（1）增添复核台后的出库总时间

分析得到需要增添的复核台，我们利用问题四的模型，计算出增添复核台后的出库总时间，如表10所示。

表10 增添复核台后的出库总时间对比

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 增添情况 | 出库总时间 | 增添情况 | 出库总时间 |
| 不增添复核台 | 2718.733s | 增添复核台FH08 | 2675.6s |
| 增添复核台FH02 | 2688.333s | 增添复核台FH11 | 2692.067s |

可以看到增添距离原有复核台距离最远的复核台FH08，对出库总时间的影响最大,而增添距离原有复核台较近的复核台FH02和FH11。可以看出增添的复核台与原有复核台的距离越远，出库总时间减少越明显。

（2）增添复核台后的复核台利用率

为了分析增添的复核台对原有的复核台的工作情况是否有影响，我们对各个复核台的利用率也进行分析，我们以复核台FH08与复核台FH02为例，复核台利用率结果如表11所示。

表11 增添复核台后的复核台利用率对比

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 增添复核台FH08 | 复核台利用率 | 增添复核台FH02 | 复核台利用率 |
| FH12 | 11.21244% | FH12 | 17.85493% |
| FH10 | 4.484975% | FH10 | 4.463732% |
| FH03 | 8.969951% | FH03 | 25.66646% |
| FH01 | 4.484975% | FH01 | 4.463732% |
| FH08 | 25.78861% | FH02 | 2.231866% |

在增添了复核台FH08之后，该复核台的利用率高于25%，承担了大部分的复核与打包任务，原有复核台FH12和FH03的利用率下降，说明FH08分担了原有复核台的大部分打包任务，有效地缓解了原有复核台的排队问题。而在增添了复核台FH02之后，该复核台利用率只有2.231866%，而同时FH12和FH03的利用率没有明显下降，总出库时间也没有明显变化，说明复核台FH02不能明显缓解原有复核台的排队问题。

总体来说，增添一个离原有复核台的位置较远的复核台，可以有效地减少出货总时间，并且缓解原有复核台的排队情况。

5.6 问题六的模型建立与求解

5.6.1 问题六的分析

为了减少拣货员的行走距离，可以将较为畅销的商品放置在里复核台距离较近的位置。但是畅销商品所在的货架也有可能因此变得拥挤，反而降低了拣货的效率。我们需要同时考虑畅销商品需要放在距离复核台较近，同时使得畅销商品所在的货架不要过于拥挤，给出相应的建议。

5.6.2 商品畅销程度分析

对于一个任务单而言，我们可以通过货格出现的次数来作为商品畅销程度的判断。对于一个订单出现的多件商品，我们认为是一位顾客的购买行为。如图23与图24所示，黄色顾客表示只购买了一件商品，橙色顾客表示购买了多件商品，在多名顾客中该商品的受欢迎程度一样，所以我们仅以商品在任务单出现的次数来作为商品畅销程度的判断。我们使用公式（24），来计算商品的畅销程度，商品畅销程度的部分结果如表12所示。

图23 顾客的购买情况相同 图24 顾客的购买情况不同

其中表示商品畅销程度，表示商品在任务单中出现的次数，表示商品在任务单中出现的平均次数。

表12 部分商品畅销程度

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 商品所在货格 | 畅销程度 | 商品所在货格 | 畅销程度 |
| S12608 | 5.48 | S13707 | 3.425 |
| S10501 | 4.11 | S10009 | 3.425 |
| S03413 | 4.11 | S11204 | 3.425 |
| S05111 | 3.425 | S02901 | 3.425 |
| S07301 | 3.425 | S06813 | 3.425 |

5.6.3 货架与复核台的距离

畅销的商品需要放置在距离复核台较近的位置，为了避免多个畅销商品在同一个货架导致拥挤，我们选择把畅销商品放在不同的货架上。我们以货架的中心货格到所有复核台的距离的平均值作为货架与复核台距离的评估方式，计算结果如表13所示。

表13 部分货架到复核台的平均距离

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 货架 | 平均距离 | 货架 | 平均距离 |
| S001 | 19.61538m | S025 | 20.6m |
| S010 | 20.44615m | S002 | 20.68462m |
| S017 | 20.44615m | S009 | 20.68462m |
| S018 | 20.6m | S026 | 21.01538m |

5.6.4 商品摆放建议

对于畅销程度大于1的商品，按照畅销程度的高低顺序，把货架按照到各个复核台平均距离从低到高进行顺序排列，S12608货格所摆放的1号商品的畅销程度最高为5.48，那么该商品将被放至货架S001的中心货格，方便拣货员可以从两个方向进入。剩余的商品可以依次进行按照顺序，将商品放入相应的货架之中。

六 模型的评价和改进方向

6.1 模型的优点分析

1.在第四问的模型中，我们从拣货员的角度来考虑路线的判断，简化了模型，也贴近生活实际。

2.在第五问的模型中，我们从复核台在仓库中的方位角度考虑问题，选出了三个具有代表性的复核台，T0002,T0008,T0011,我们分别对其进行了分析讨论，既具有一定的代表性，能得出准确的结果，又大大简便了计算的复杂度。

3.在第二问中，我们采用了遗传算法，模拟生物进化，具有很好的收敛性，计算时间少，鲁棒性高等优点。

4.第一问中，充分考虑了元素之间存在的各种位置情况与各种元素关系，从而较为清晰地得出了各个元素之间的距离。

6.2 模型的缺点分析

1.遗传算法容易出现过早收敛的情况，导致计算结果不是最优解。

2.在第四问中模型的模型假设，虽然与实际较为贴合，但是不能达到全局最优化的结果，距离最优路径仍然有一定的差距。

6.3 模型的改进方向

1.在问题5中，可以再建立有关出库总时间影响程度与新添复核台位置的函数关系，更好地描述新添复核台的位置对于出库总时间的影响。

2.在问题6中，可以构建一个优化方程，使得拣货员所需的行走距离最短的同时，畅销商品所在的货架也不会过于拥挤。

七 模型的推广

本文提出的优化模型不单单可以运用在对拣货员的调度，在未来人工智能和机器人的时代，可以对本文提出的模型进一步的优化，从而使机器人的调度更加完美，如亚马逊最新的仓库机器人，不仅节省了人力，同时也大大提高了工作的效率。

八 参考文献

[1]席裕庚,柴天佑,恽为民.遗传算法综述[J].控制理论与应用,1996(06):697-708.

[2]李炜文. 自动化立体仓库AGV路径规划研究[D].吉林大学,2020.

[3]郑斌,林钦.基于遗传算法的仓储管理优化研究[J].普洱学院学报,2020,36(03):42-45.

[4]王晟旭,皇甫遥遥.基于猫群算法的人工拣选作业路径优化研究[J].中国储运,2020(03):116-119.

[5]杜星锐.电商仓库拣选作业优化研究[J].中国物流与采购,2020(04):49.

附录